

О СООТНОШЕНИИ ИНЕРТНОЙ И ТЯГОТЕЮЩЕЙ МАСС

Известно, что А. Эйнштейн постулировал принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс в общей теории относительности [140]. В единой теории фундаментального поля [34] еще в 1973 г. было показано, что принцип эквивалентности в уравнении Эйнштейна не может выполняться, так как это уравнение выражает триединство пространства-времени-материи и не является уравнением поля в общем смысле.

А. А. Логунов с сотрудниками [141] показал, что при определенных условиях в случае геометрии Шварцшильда инертная масса в ОТО, в отличие от гравитационной, зависит от выбора системы координат, а следовательно, принцип эквивалентности нарушается. Нами было изучено, при каких функциях преобразования координат и в какой области их значений указанный вывод А. А. Логунова и его коллег строго верен. В данной заметке мы ограничимся только изложением основного результата работы.

Обратим внимание на некоторую неточность, допущенную в работе [141] при вычислениях. Для этого повторим вычисления инертной массы m по формуле, приведенной в [141, С. 33], в новых координатах $x_{\text{н}}^{\alpha}$, связанных со старыми $x_{\text{с}}^{\alpha}$, преобразованием вида

$$x_{\text{с}}^{\alpha} = x_{\text{н}}^{\alpha} [1 + f(r_{\text{н}})]; \quad r_{\text{н}} = \sqrt{x_{\text{н}}^2 + y_{\text{н}}^2 + z_{\text{н}}^2}.$$

Здесь $f(r_{\text{н}})$ — некоторая функция $r_{\text{н}}$, удовлетворяющая условиям, подробно сформулированным в [141].

После простых преобразований для инертной массы m получим следующее выражение:

$$m = \frac{c^2}{2G} \lim_{r \rightarrow \infty} [r_g + r^3 f'^2 + 2r^2 f' (1 + f)], \quad (1)$$

где r_g — гравитационный радиус; r — координата длины; G — константа гравитации; c — скорость света.

Это выражение для m отличается от полученного в [141] формул (4.20), С. 33 наличием третьего члена в фигурных скобках, который в [141] неоправданно опущен.

Как показывает анализ, все допустимые функции преобразования координат зависят от величины $\left(\frac{R}{r}\right)^{\beta}$, где R — константа размерности длины, а β — безразмерный параметр.

Выбирая, например, функцию преобразования координат z в виде

$$z_1 \equiv (1 + f) = \left[1 + \left(\frac{R}{r}\right)^{\beta}\right] (1 - e^{-r/R})$$

и подставляя значение f' в (1), получим

$$m = \lim (M + C_1 r^{1-2\beta} - C_2 r^{1-\beta}), \quad (2)$$

где $M = \frac{r_g c^2}{2G}$ — гравитационная масса; $C_1 = \frac{c^2 \beta^2 R^{2\beta}}{2G}$, $C_2 = \frac{r^2}{G} \beta R^{\beta}$ — некоторые константы,

в пределе при $r \rightarrow \infty$ зависящие только от параметров выбранной функции преобразования координат. Вид же выражения (2) инвариантен относительно выбора конкретной функции из класса допустимых функций.

Приведем еще пример другой функции $z_2(r)$:

$$z_2 = (1 + f) = \frac{1}{(1 + (R/r)^{\beta})^{\beta}}; \quad z' = f' = \frac{\beta R^{\beta}}{[1 + (R/r)^{\beta}]^2 r^{\beta+1}}.$$

Подставляя f' в (1), получим (2) со значением констант

$$C_1 = \frac{\beta^2 R^{2\beta}}{[1 + (R/r)^{\beta}]^4}; \quad C_2 = -\frac{2\beta R^{\beta}}{[1 + (R/r)^{\beta}]^2}.$$

Такие примеры можно продолжить.

Из (2) следует, что равенство $m = M$ выполняется только в случае, когда (2)

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (C_1 r^{1-2\beta} - C_2 r^{1-\beta}) = 0. \quad (3)$$

$$\text{Если } \beta \text{ лежит в интервале } 0 \leq \beta \leq 1, \quad m \neq M \quad (4)$$

то (3) не выполняется и выражение для m расходится.

В точке $\beta = 1$ $M = m$, если $R = 0$.

Между тем, из работы [141] следует, что равенство (3) не выполняется в другом интервале безразмерного параметра β , а именно, в интервале

Это является следствием незаконного отбрасывания в работе [141] третьего слагаемого в формуле (1). Таким образом, если выполняется (4), то $0 \leq \beta \leq 1/2$ при любом способе преобразования координат, удовлетворяющем условиям, сформулированным в [141].

Поскольку инертная масса m в ОТО может принимать любые значения, то в формуле (3) можно положить $m = 0$ и тогда имеем

$$M = \frac{c^2}{2G} \lim_{r \rightarrow \infty} (C_1 r^{-\beta} - C_2) r^{1-\beta} \quad (5)$$

Так как M есть величина постоянная, то равенство (5) может выполняться только при $\beta = 1$. В этом случае из условия (5) и равенства

$$M = \frac{c^2 r_g}{2G}$$

для любой конкретной функции преобразования координат (конкретных значениях C_2) можно найти соотношение между константой длины R и гравитационным радиусом r_g , который зависит от вида этой функции. Например, для экспоненциальной функции вида

$$z_3 = (1+f) = e^{-R/r} \text{ при } \beta = 1 \quad (6)$$

для R получим простую связь с гравитационным радиусом r_g

$$R = \frac{r_g}{2} \quad (7)$$

Следует отметить, что константа длины R в ТФП во втором подпространстве у затравочных *голых* ЭЧ связана с r_g в теории (см. Герловин И.Л. Основы единой теории всех взаимодействий в веществе. — Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990, разд. 16) такой же зависимостью (7) и при этом преобразование координат связано с функцией вида (6), и если положить, согласно ТФП, что безразмерная константа $\beta = \frac{v}{c}$, то (4) выполняется автоматически.

Поскольку в ТФП для инертной массы m справедливо то же выражение, что и в ОТО, то отсюда следует, что в ТФП принцип эквивалентности выполняться не может, что в этой теории и имеет место.

Вывод о нарушении принципа эквивалентности инертной и тяготеющей масс в случае метрики Шварцшильда может быть распространен и на некоторые другие решения уравнения Эйнштейна, например для геометрий Керра и Рейснера-Нордстрема. Метрика Керра есть точное решение уравнения Эйнштейна, описывающее пространство-время вокруг вращающегося центрального тела [46]. При $a = 0$ (a — удельный момент количества движения центрального вращающегося тела) метрика Керра вырождается в метрику Шварцшильда [46]. Из асимптотического поведения метрических коэффициентов видно, что метрика Керра приближается к метрике Шварцшильда при $r \rightarrow \infty$ [46].

Поскольку при вычислении инертной массы приходится вычислять интеграл по бесконечно удаленной поверхности, то отсюда следует, что при $r \rightarrow \infty$ остаются только специфические особенности метрики Шварцшильда и, следовательно, вывод о нарушении равенства $m = M$ при вышеуказанных условиях справедлив также в случае решения Керра.

Метрика Рейснера - Нордстрема соответствует случаю покоящегося или стационарно движущегося заряженного центрального тела и может быть записана так:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{rg}{r} + \frac{Gq^2}{r^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{rg}{r} - \frac{Gq^2}{r^2}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (8)$$

(см. [12]), где q — полный заряд центрального тела; r, θ, φ — сферические координаты. Из выражения (8) видно, что при $r \rightarrow \infty$ членами, содержащими q , можно пренебречь и эта метрика в этом пределе не отличается от метрики Шварцшильда; следовательно, поведение инертной массы при $r \rightarrow \infty$ будет также определяться метрикой Шварцшильда, т. е. принцип эквивалентности нарушается и в этом случае.

Благодарю И. Л. Герловина и его сотрудников за дискуссию.

Е.В. Гниловской

ЛИТЕРАТУРА

12. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М.: Мир, 1977. Т. 1, 2, 3-
34. Герловин И. Л. Основы единой релятивистской квантовой теории фундаментального поля (ТФП) : Депонент в ВИНТИ № 7084-73, 1973- 149 с.
46. Чандрасекер С. Математическая теория черных дыр. М.: Мир, 1986. Т. 1, 2.
140. Эйнштейн А.//Собрание научных трудов. М.: Наука. 1963. С. 599-605.
141. Левин Е. С. Изв. Вузов. Сер. физика. 1973. № 6. С. 33-39.